

一維碰撞

實驗目的：

藉由兩個滑車在鋁製軌道上碰撞，觀察各典型彈性碰撞與非彈性碰撞，驗證動量守恆與能量守恆定律。

實驗儀器：

鋁製軌道，滑車，網路攝影機(含三角架)，砝碼，水平儀，磁鐵，橡皮筋 U 型架組，鋁片，魔鬼氈組，針尖與黏土組，電子秤(公用)，電腦(含 Logger Pro 3.15 程式軟體)。

實驗原理：

當兩物體在封閉且孤立的環境相撞，碰撞前後系統總動量並不會改變，稱為動量守恆。當碰撞是彈性碰撞，動能也會守恆。如果碰撞不是彈性(即非彈性)，有些能量轉化成熱或聲音等...散逸出去，碰撞後的總動能就會減少。以下將說明，

1. 彈性碰撞：滑車互相靠近然後彈開，動能守恆。
2. 非彈性碰撞：滑車互撞、有接觸到、然後彈開，動能損耗不守恆。

完全非彈性碰撞：滑車互撞然後黏住合體、一起滑走，此會有最大的動能損耗。

以上狀況下的動量和動能是怎麼變化的。在此定義 m_1 與 m_2 分別為滑車(含車上砝碼)總質量，兩滑車於一維(線性)碰撞前速度分別為 v_1 與 v_2 ；碰撞後速度分別為 u_1 與 u_2 。

A. 彈性碰撞

圖一為兩滑車於軌道上進行彈性碰撞示意圖。在此條件下，兩滑車於碰撞前後必遵守動量守恆與動能守恆定律，其關係式表示如下：

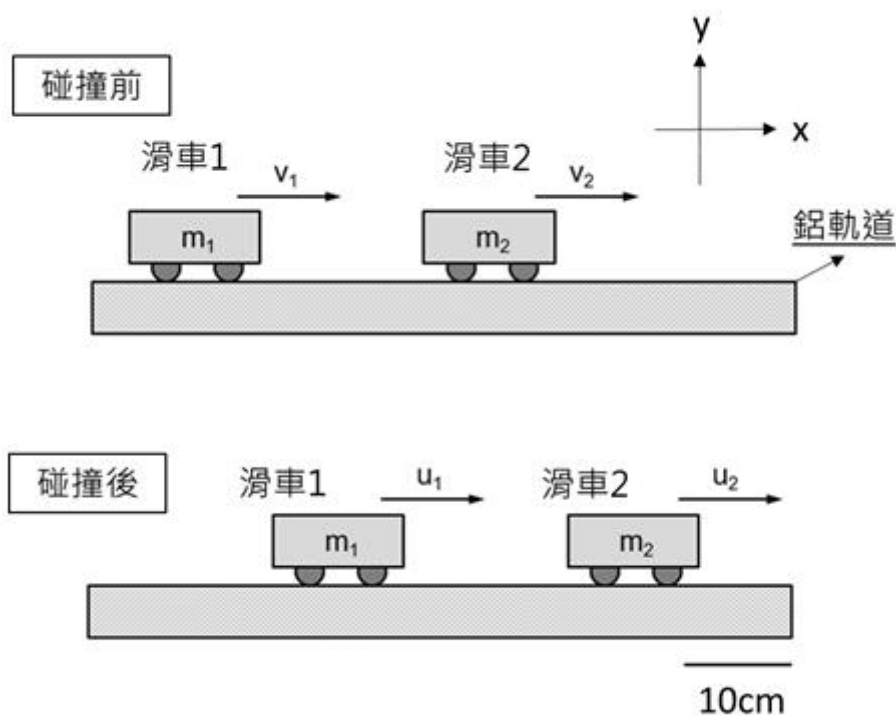
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

則兩滑車碰撞後速度 u_1 、 u_2 表示如下：

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$



圖一 兩滑車彈性碰撞側視圖。 v_1 、 v_2 是兩滑車碰撞前分別的速度， u_1 、 u_2 則是兩滑車碰撞後分別的速度

若質量 m_2 滑車於碰撞前靜止($v_2 = 0$)於軌道上，則兩滑車碰撞後速度 u_1 、 u_2 可改寫為

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

承上，假設兩滑車於碰撞前速度 $v_1 > 0$ 且 $v_2 = 0$ 。以下將說明兩滑車於不同條件下進行彈性碰撞後，兩滑車速度與運動情形。

注意：滑車速度向右取正值，向左取負值。

1. 當 $m_1 = m_2$ 時，碰撞後 $u_1 = 0$ 且 $u_2 > 0$ ，兩滑車運動狀態與碰撞前相反且速度交換。
2. 當 $m_1 > m_2$ 時，碰撞後 $u_1 > 0$ 且 $u_2 > 0$ ，兩滑車朝同方向運動。
3. 當 $m_1 < m_2$ 時，碰撞後 $u_1 < 0$ 且 $u_2 > 0$ ，兩滑車反方向運動。

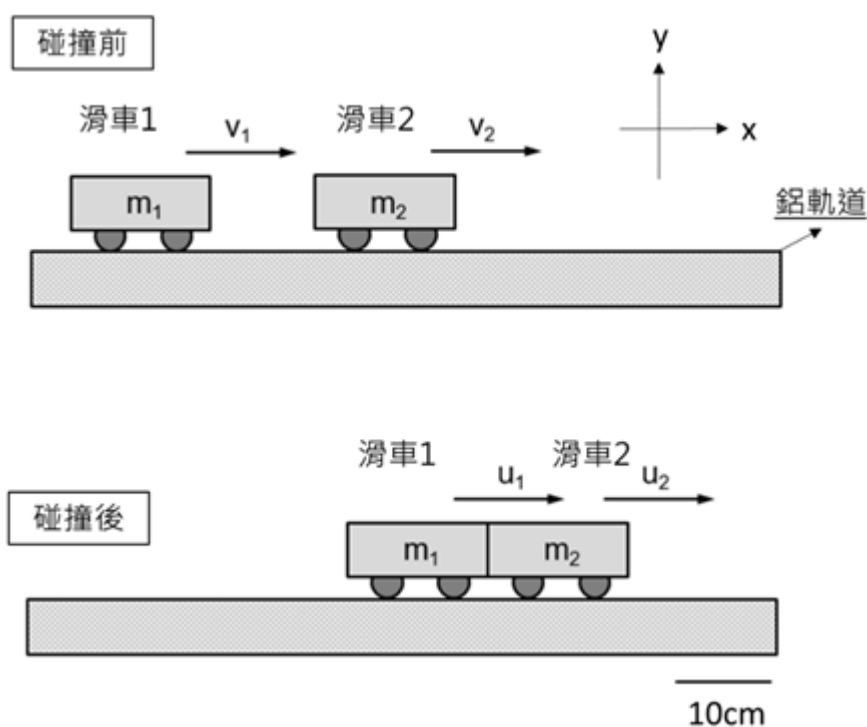
非彈性碰撞

圖二為兩滑車於軌道上進行非彈性碰撞側視圖。在此條件下，兩滑車於碰撞前後僅遵守動量守恆定律，其能量會因碰撞過程產熱能和聲音等逸散而耗損。

完全非彈性碰撞即兩車碰撞後會結合在一起並以相同速度($u_1 = u_2 = u$)朝相同方向運動。則兩滑車碰撞前後關係式可表示為

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$\Rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u$$



圖二 兩滑車非彈性碰撞側視圖 v_1 、 v_2 是兩滑車碰撞前分別的速度， u_1 、 u_2 為是兩滑車碰撞後分別的速度。

若質量 m_2 滑車於碰撞前靜止($v_2 = 0$)於軌道上，則兩滑車碰撞後速度 u 可改寫為

$$u = u_1 = u_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

恢復係數

碰撞屬彈性或非彈性程度可以用恢復係數來判斷。兩滑車碰撞前後速度差的比值，定義為恢復係數 e ，表示如下：

$$e = -\frac{u_2 - u_1}{v_2 - v_1}$$

1. 當 $e = 0$ 時，稱為完全非彈性碰撞。
2. 當 $0 < e < 1$ 時，稱為非彈性碰撞。
3. 當 $e = 1$ 時，稱為彈性碰撞。

(a) 動量損耗率

在碰撞實驗中，兩滑車不論是在彈性碰撞、非彈性碰撞或完全非彈性碰撞情況下，碰撞前後總動量皆應遵守動量守恆定律。而實際實驗過程中，兩滑車有可能受外力影響造成碰撞前後總動量損耗，故可由下式計算動量損耗率 ΔP

$$\Delta P(\%) = \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2) - (m_1 u_1 + m_2 u_2)}{m_1 v_1 + m_2 v_2} \times 100\%$$

(b) 動能損耗率

兩滑車在非彈性碰撞與完全非彈性情況下，碰撞前後總動能並不守恆。故可由下式計算動能損耗率 ΔE

$$\Delta E(\%) = \frac{(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) - (m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2)}{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2} \times 100\%$$

注意事項：

1. 實驗進行前務必將軌道調整為水平狀態並鎖緊螺絲。
2. 將網路攝影機對準軌道的中點，調攝影機的角度使軌道水平地呈現於畫面，且攝影機的視野要能涵蓋整個軌道，才能完整拍攝滑車碰撞前後運動情形，有較多可擷取的數據點。
3. 滑車速度向右取正，向左取負。

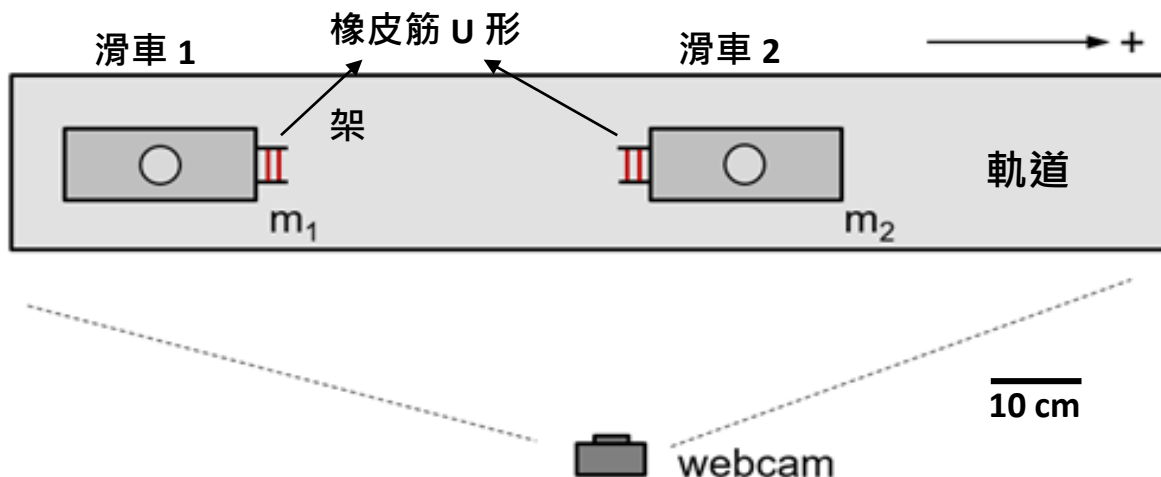
實驗步驟：

➤ 實驗前校正

1. 將水平儀置於軌道上方，調整軌道下方螺絲使軌道水平。
2. 將滑車置於軌道上方，觀察滑車是否會順著軌道某側滑動。若有，請再次調整軌道水平，直到滑車禁止不動。若無，再進行下一步校正。

A. 彈性碰撞

實驗裝置如圖三彈性碰撞實驗裝置俯視圖所示， m_1 與 m_2 分別為滑車(含各車上砝碼)總質量，webcam 為網路攝影機。將橡皮筋 U 形架或磁鐵兩兩相對插於滑車車頭，利用彈力或磁力讓滑車在互相最接近的時候會彈開。



圖三 彈性碰撞實驗裝置俯視圖。 m_1 與 m_2 分別為滑車(含各車上砝碼)總質量。Webcam 為網路攝影機。

(a) 兩車質量相同

1. 以電子秤測量兩滑車總質量(含車上砝碼)，使兩滑車總質量近乎相同，即 $m_1 = m_2$ 。
2. 將質量為 m_2 的滑車靜置($v_2 = 0$)於軌道上，如圖三所示。
3. 以適當的力道推動總質量為 m_1 的滑車，同時錄製碰撞前後兩滑車運動情形。
4. 由軟體分析並記錄兩滑車碰撞前後速度。
5. 重複觀察紀錄至少五次。
6. 計算碰撞前後總動量、總動能、恢復係數、動量損耗率與動能損耗率。

(b) 重車撞輕車

1. 以電子秤測量兩滑車總質量(含車上砝碼)，使兩滑車總質量滿足 $m_1 > m_2$ 。
2. 將質量為 m_2 的滑車靜置($v_2 = 0$)於軌道上，如圖三所示。
3. 以適當的力道推動總質量為 m_1 的滑車，同時錄製碰撞前後兩滑車運動情形。
4. 由軟體分析並記錄兩滑車碰撞前後速度。
5. 重複觀察紀錄至少五次。
6. 計算碰撞前後總動量、總動能、恢復係數、動量損耗率與動能損耗率。

(c) 輕車撞重車

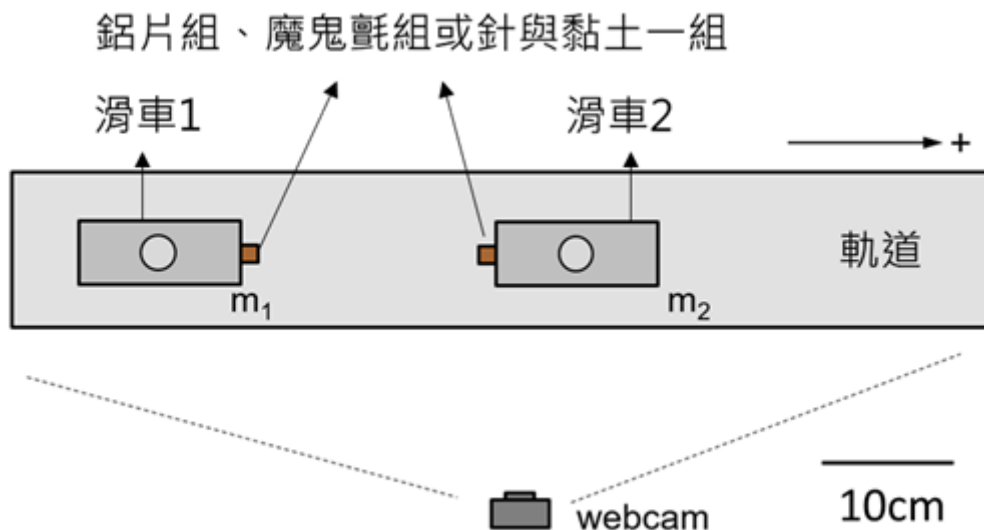
1. 以電子秤測量兩滑車總質量(含車上砝碼)，使兩滑車總質量滿足 $m_1 < m_2$ 。
2. 將質量為 m_2 的滑車靜置($v_2 = 0$)於軌道上，如圖三所示。

3. 以適當的力道推動總質量為 m_1 的滑車，同時錄製碰撞前後兩滑車運動情形。
4. 由軟體分析並記錄兩滑車碰撞前後速度。
5. 重複觀察紀錄至少五次。
6. 計算碰撞前後總動量、總動能、恢復係數、動量損耗率與動能損耗率。

(d) 比較(a)(b)(c)三種狀況，描述碰撞過程，入射車與被撞車因彼此質量造成的影響

B. 非彈性碰撞

實驗裝置如圖四所示， m_1 與 m_2 分別為滑車(含車上砝碼)總質量，webcam 為網路攝影機。將橡皮筋 U 形架、鋁片、魔鬼氈或針尖與黏土組兩兩相對插在滑車車頭進行碰撞實驗。



圖四 非彈性碰撞實驗裝置俯視圖。 m_1 與 m_2 分別為滑車(含車上砝碼)總質量。Webcam 為網路攝影機。

維持兩車質量相同，觀察比較磁鐵、橡皮筋、鋁片、魔鬼氈、針刺與黏土組六種材料造成的碰撞模式 (前二者是屬彈性碰撞，是為做比較用；鋁片不互碰但可與魔鬼氈或磁鐵塊互碰)

1. 以電子秤測量兩滑車總質量(含車上砝碼)，使兩滑車總質量近乎相同，即 $m_1 = m_2$ 。
2. 將質量為 m_2 的滑車靜置($v_2 = 0$)於軌道上，如圖四所示。
3. 以適當的力道推動總質量為 m_1 的滑車，同時錄製碰撞前後兩滑車運動情形。
4. 由軟體分析並記錄兩滑車碰撞前後速度。
5. 六種碰撞各取至少五組數據。
6. 計算碰撞前後總動量、總動能、恢復係數、動量損耗率與動能損耗率。

7. 比較六種碰撞下材料的恢復係數、動量損耗率與動能損耗率，依照恢復係數大到小排列(從完全彈性排列到最沒有彈性的碰撞)。
8. 描述六種碰撞時滑車間的互動，推測是怎樣的物理(或材料)特性和現象造成從彈性碰撞到完全非彈性碰撞的區別。

討論提示：

1. 請由公式證明碰撞後兩滑車速度與質量關係？
2. 若軌道並未達水平，碰撞前後系統總動量是否依舊守恆？試說明之。