

## 實驗四 麥克森干涉

### 實驗目的：

了解麥克森干涉儀的構造與操作原理，觀察其所產生的干涉現象來測量雷射光波長，並利用干涉儀測量玻璃的折射率。

### 實驗儀器：

麥克森干涉儀(含擴束鏡，分光鏡與反射鏡)，He-Ne 雷射，屏幕，待測玻璃。

### 實驗原理：

光的干涉現象，最早可追溯至 1801 年英國科學家楊氏為了證明光是粒子性還是波動性所進行的干涉實驗。當光穿過相鄰兩狹縫時會被分成兩部分，此時遠端屏幕上會產生明暗相間的干涉條紋，稱為波前分光(Division of Wavefront)。而楊氏為詳細解釋此實驗現象，建立了光的波動學說。

除前述波前分光方法外，另有一種分光方式稱為振幅分光(Division of Amplitude)，麥克森干涉即是利用此種分光方式於屏幕上產生干涉條紋。當入射光射入分光鏡後，入射光的強度會被分成兩部份，其中一道光會被分光鏡反射，另一道光則會穿透分光鏡。而後這兩道光再分別經由反射鏡反射至屏幕，當屏幕上兩光點重合時，屏幕上便會出現明暗相間的干涉條紋。

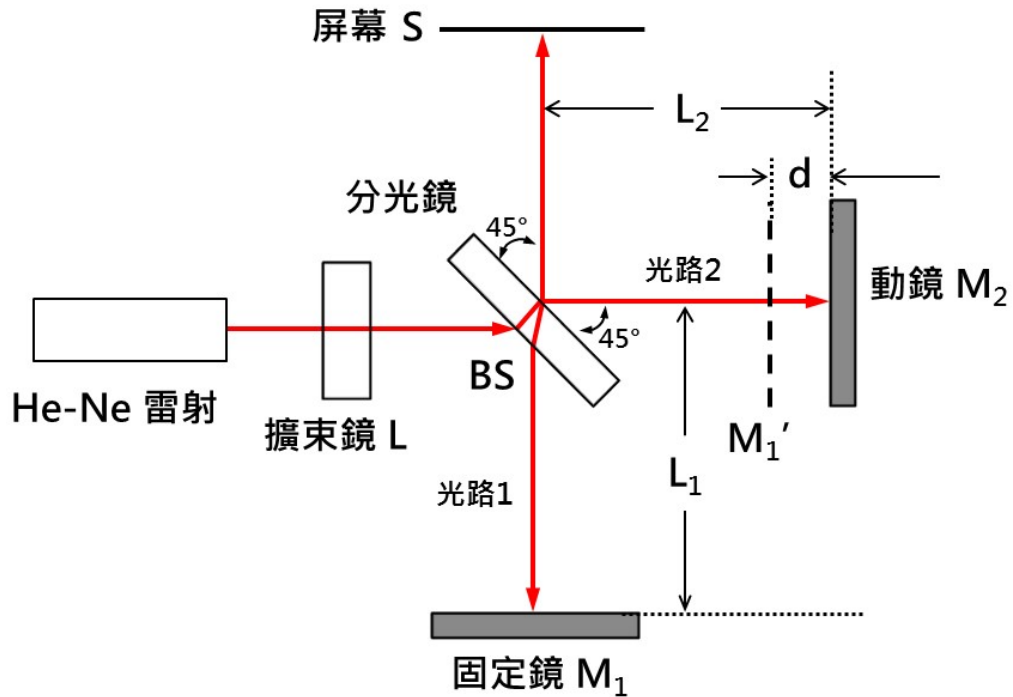
### 麥克森干涉儀

圖一為麥克森干涉儀實驗裝置示意圖。當雷射光入射至分光鏡 BS 後，光強度會被分為兩部分，其中一部分雷射光會經分光鏡反射後垂直入射至固定鏡 $M_1$ ，而後再經由固定鏡 $M_1$ 反射並穿過分光鏡 BS 後至屏幕 S，此路徑定義為光路 1；另一部分雷射光穿過分光鏡 BS 後垂直入射至動鏡 $M_2$ ，而後再依序經由動鏡  $M_2$ 與分光鏡 BS 反射至屏幕 S，此路徑定義為光路 2。當兩光束射入屏幕 S 的光點重疊且光路 1 與光路 2 光程不同 ( $L_1 \neq L_2$ ) 時，屏幕即會產生干涉條紋。

[註] 分光鏡其中一面經鍍膜處理，可將雷射光強度分為兩部分。

[註] 固定鏡與動鏡均為反射鏡。

在本實驗中，因 He-Ne 雷射其光束發散角較小，較不易於屏幕上觀察到干涉條紋，故在 He-Ne 雷射與分光鏡 BS 間放置擴束鏡 L，使雷射光束經擴束鏡 L 後發散成球面波，此時即可於屏幕上明顯看出環形干涉條紋。



圖一 麥克森干涉儀實驗裝置示意圖。

當固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M_1'$ 和動鏡 $M_2$ 相對距離為 $d$ 時，此兩光束入射至屏幕(光路1與光路2)所形成的光程差，即為兩光束在固定鏡 $M_1$ 和動鏡 $M_2$ 間往返的距離差。其值即為固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M_1'$ 和動鏡 $M_2$ 相對距離的二倍( $= 2d$ )。

假設雷射光以 $45^\circ$ 角入射至麥克森干涉儀內的分光鏡，其所產生的光程差必須改寫為 $2d\cos\theta$ 。因光路1會在分光鏡BS內部會產生一次反射，而使其相位產生變化。因此，當屏幕上呈現亮環即建設性干涉時，光程差表示如下：

$$2d = n\lambda \quad (1)$$

其中， $\lambda$ 為雷射光波長， $n$ 為第 $n$ 條亮環數。

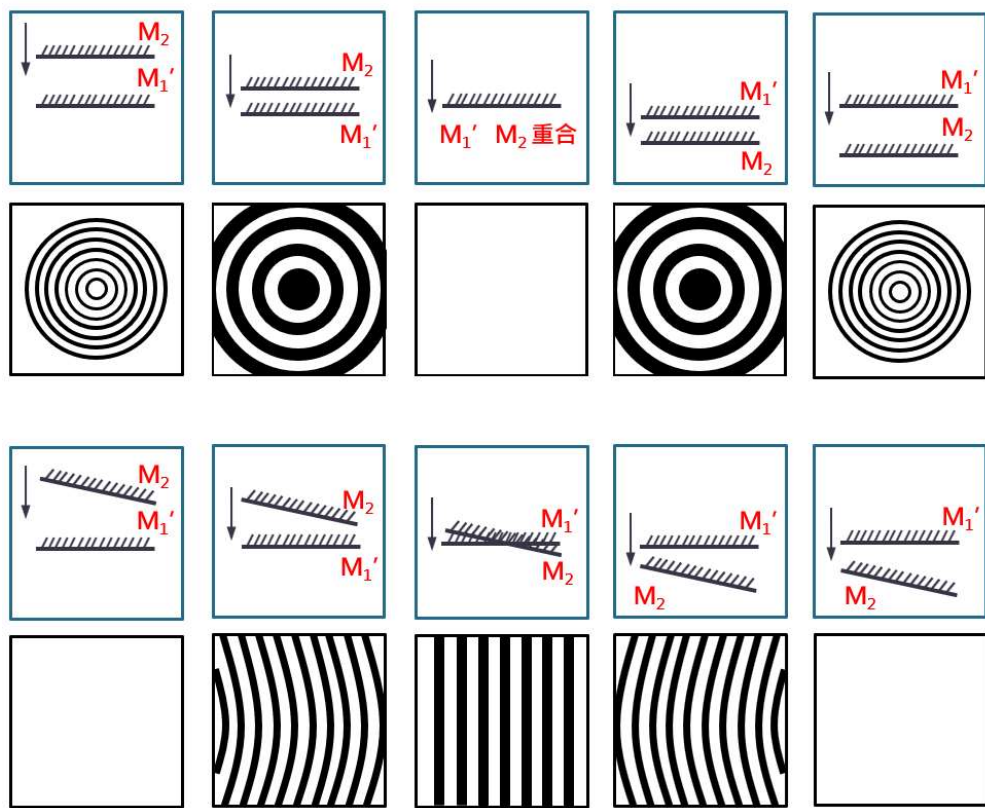
承上，屏幕上呈現暗紋即破壞性干涉時，光程差表示如下：

$$2d\cos\theta = (n + \frac{1}{2})\lambda$$

其中， $\lambda$ 為雷射光波長， $n$ 為第 $n$ 條暗環數。

圖二為干涉條紋示意圖，當固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M_1'$ 與動鏡 $M_2$ 相對距離越大時，屏幕上所產生的干涉條紋數量會變多且變細；當固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M_1'$ 與動鏡 $M_2$ 相對距離越小時，屏幕上所產生

的干涉條紋數量會變少且變粗；當固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M_1'$ 與動鏡 $M_2$ 位置重疊時，屏幕上會形成一整片亮區，即無干涉條紋產生。承上，當固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M_1'$ 與動鏡 $M_2$ 相對位置非平行且有夾角時，屏幕上所產生的干涉條紋會變成弧形。



圖二 固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M_1'$ 與動鏡 $M_2$ 於不同相對位置下干涉條紋示意圖。

綜合上述，當固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M_1'$ 和動鏡 $M_2$ 平行時，可於屏幕上看見清晰的環形干涉條紋；當固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M_1'$ 和動鏡 $M_2$ 間相對距離縮小時，環形的干涉條紋會逐漸變寬，當兩者間相對距離縮小至等於 $\lambda/2$ 時，則會有一圓環縮小進而消失於環心。

假如固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M_1'$ 和動鏡 $M_2$ 彼此間不平行時，仍可見干涉條紋，但不成環形；若固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M_1'$ 和動鏡 $M_2$ 兩者間相對距離相差甚大，則無法於屏幕上看見干涉條紋。

#### A. 以麥克森干涉儀測量雷射光(單頻)波長 $\lambda$

以環形中心為觀測點，即 $\cos\theta = 1$ ，則可由公式(1)得知，環形中心亮紋方程式為

$$2d = n\lambda \quad (2)$$

將固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M_1'$ 和動鏡 $M_2$ 間的相對距離變為 $d_1$ ，使環形中心再出現亮環，則此時環形

中心亮環方程式為

$$2d_1 = n_1\lambda \quad (3)$$

若再將固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M'_1$ 和動鏡 $M_2$ 間的相對距離改變為 $d_2$ ，使環形中心再出現亮環，則此時環形中心亮環方程式為

$$2d_2 = n_2\lambda \quad (4)$$

將公式(4)式減去公式(3)，用以計算干涉條紋於環形中心變化，即

$$2(d_2 - d_1) = (n_2 - n_1)\lambda \quad (5)$$

定義 $\Delta d = d_2 - d_1$ 且 $\Delta n = n_2 - n_1$ ，即可將公式(5)改寫為

$$\lambda = \frac{2\Delta}{\Delta n} \quad (6)$$

由公式(6)可知，當固定鏡 $M_1$ 的虛像 $M'_1$ 和動鏡 $M_2$ 間距離改變量為 $\Delta d = d_2 - d_1$ 時，通過環形中心的干涉條紋數為 $\Delta n = n_2 - n_1$ ，由此便可計算雷射光之波長 $\lambda$ 。

## B. 以麥克森干涉儀測量玻璃的折射率 $n$

光在真空中傳遞的速度(光速) $c = v\lambda_0$ ，其值約為 $3 \times 10^8$  m/s。當光於不同介質中行進時，其速度會有所變異，進而使光波長發生改變。倘若介質折射率為 $n$ ，則光在此介質中的波長 $\lambda$ 即可表示為 $\lambda = \lambda_0/n$ 。

[註]  $\nu$ 為頻率， $\lambda_0$ 為光在真空中傳遞時的波長。

當屏幕上產生環形干涉條紋後，再將待測玻璃  $G$  放置於分光鏡與可動鏡之間，即可藉由干涉條紋變化計算待測玻璃  $G$  的折射率  $n$ 。然而在實驗中，當待測玻璃  $G$  置入干涉儀後會造成環形干涉條紋驟變，故不易求得待測玻璃  $G$  折射率  $n$ 。因此，改由轉動待測玻璃  $G$ ，觀察待測玻璃  $G$  於轉動前後，因光程改變所引起的干涉條紋變化來求待測玻璃  $G$  的折射率  $n$ ，如圖三所示。

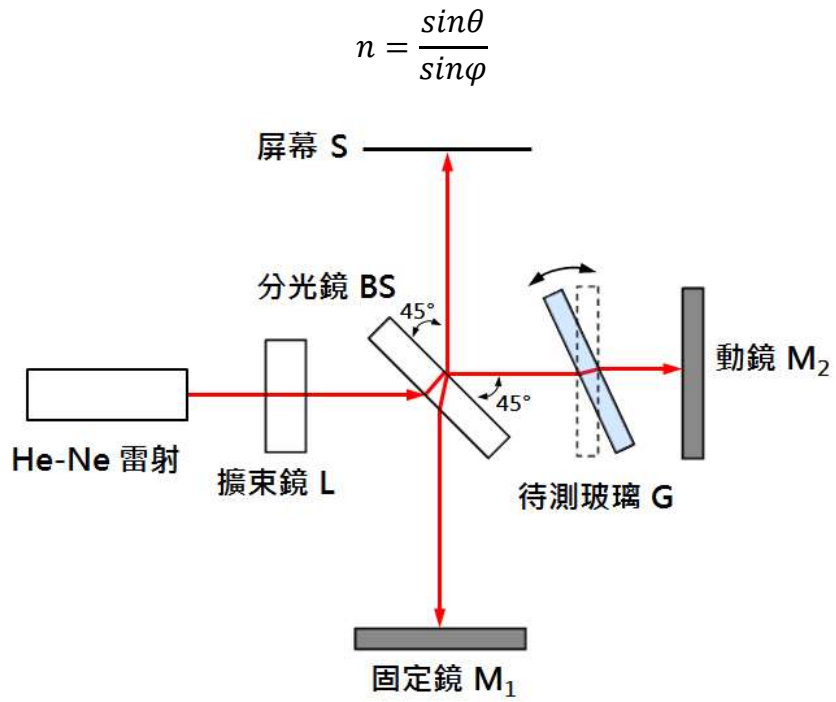
假設 $\Delta l$ 為轉動待測玻璃  $G$  後所產生的光程差，而 $\Delta m$ 是干涉條紋變化量。則光程差 $\Delta l$ 可表示為

$$2\Delta l = \lambda\Delta m \quad (7)$$

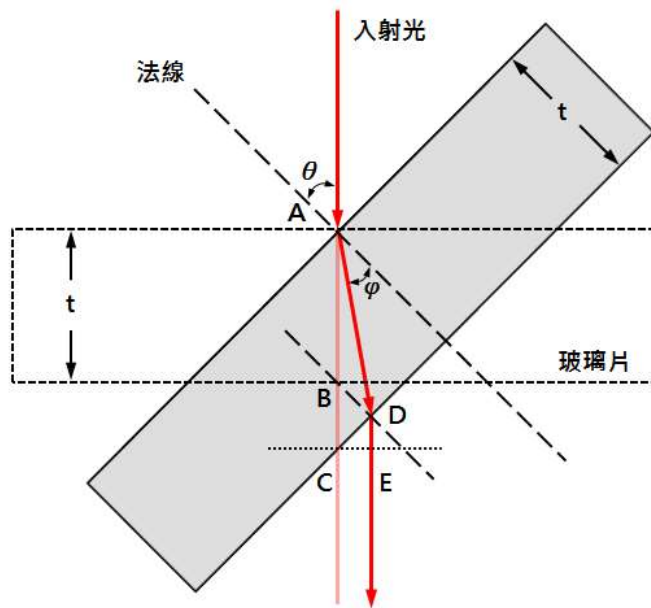
根據斯乃耳定律(Snell's law)可知

$$n_0 \sin\theta = n \sin\varphi$$

其中， $n$  為待測玻璃  $G$  的折射率， $n_0$  為空氣折射率( $n_0 \sim 1$ )，則待測玻璃  $G$  的折射率  $n$  可表示為



圖三 實驗裝置示意圖。



圖四 計算測量待測玻璃 G 折射率  $n$  示意圖。

如圖四所示，當光垂入射至待測玻璃 G 時，光所行進的路程可表示為

$$n\overline{AB} + \overline{BC} \quad (8)$$

當光以 $\theta$ 角入射至待測玻璃 G 時，光所行進的路程可表示為

$$n\overline{AD} + \overline{DE} \quad (9)$$

由公式(8)與公式(9)可知，轉動待測玻璃 G 前後所引起的光程差  $\Delta l$  可表示為

$$\Delta l = (n\overline{AD} + \overline{DE}) - (n\overline{AB} + \overline{BC})$$

代入公式(7)可知

$$2(n\overline{AD} + \overline{DE} - n\overline{AB} - \overline{BC}) = \lambda\Delta m$$

其中，

$$\overline{AB} = t, \quad \overline{AD} = \frac{t}{\cos\phi}, \quad \overline{BC} = \frac{t}{\cos\theta} - t, \quad \overline{DE} = \overline{CE}\tan\theta = \frac{t\sin(\theta-\phi)\sin\theta}{\cos\phi\cos\theta}$$

經代換整理後，則玻璃 G 折射率  $n$  可表示為

$$n = \frac{(1-\cos\theta)(2t-\lambda\Delta m)}{2t(1-\cos\phi)-\lambda\Delta m}$$

注意事項(違反下列任一事項者，並情節重大者，本學期總分直接以零分計算)：

1. 切勿用眼睛直視雷射光源，實驗時請留意周遭同學與助教，以防實驗過程中因雷射光掃射而傷害眼睛。
2. 切勿徒手觸摸光學元件鏡面或反覆開關雷射。
3. 實驗過程若需移動雷射，應先關閉雷射，或遮蔽雷射光。
4. 雷射光應適當遮蔽，實驗過程中切勿使雷射光射出實驗桌。
5. 實驗進行時，切勿來回走動，避免因震動而影響觀測。(冷氣, 桌面震動亦會有影響)
6. 因鏡面之清潔程度會影響實驗品質，嚴禁手指或衛生紙直接接觸鏡面，若有油污灰塵等，必須用專門的清潔用具及方式處理，不可自行隨意清理。

實驗步驟：

A. 測量雷射光(單頻)波長 $\lambda$

1. 實驗裝置如圖五所示。(先將干涉儀前端擴束鏡移除)
2. 調整干涉儀下方螺絲使光學平台水平。
3. 調整固定鏡 $M_1$ 後端微調螺絲，使固定鏡 $M_1$ 與其支架相互平行。
4. 打開 He-Ne 雷射，並適當調整雷射支架高度與位置，使雷射光穿透分光鏡 BS 後，可垂直入射動鏡 $M_2$ 鏡心。
5. 轉動分光鏡 BS，使雷射光以 $45^\circ$ 入射分光鏡 BS。
6. 觀察分別經由固定鏡 $M_1$ 與動鏡 $M_2$ 反射至屏幕的兩光點是否重合。若否，請調整固定鏡 $M_1$

後端微調螺絲，使兩光點重合。

- 將擴束鏡 L 吸附於干涉儀前端，並微調其位置使環形干涉條紋出現於屏幕上。
- 本實驗儀器中，動鏡 $M_2$ 移動距離 $\Delta d$ 為螺旋測微器移動距離的二十五分之一，故可由螺旋測微器移動距離 $\Delta s$ ，計算可動鏡 $M_2$ 移動距離 $\Delta d$ 。

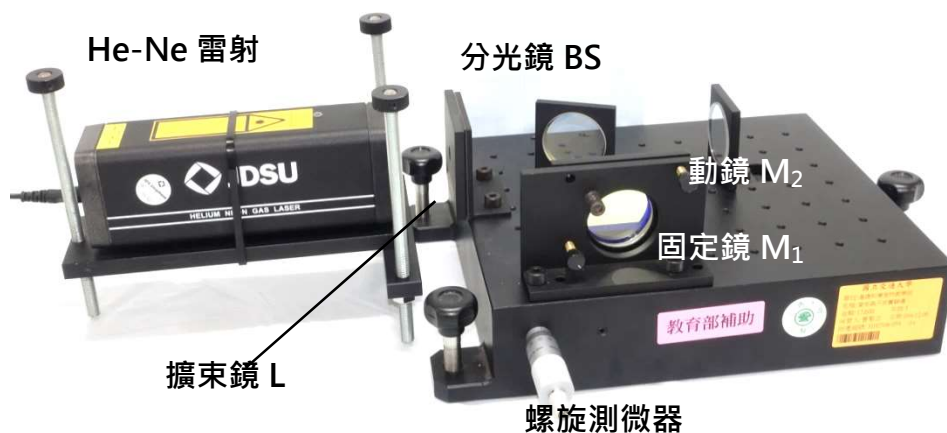
$$\Delta s = \text{螺旋測微器轉動格數} \times 0.01 \text{ (mm)}$$

$$\Delta d = \Delta s \times \frac{1}{25} \text{ (mm)}$$

- 轉動螺旋測微器用以改變動鏡 $M_2$ 前後位置。同時，觀察屏幕相同位置(如環形中心)干涉條紋變化週期次數 $\Delta n$ 。
- 計算雷射光波長 $\lambda$ 。

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{\Delta n}$$

- 重覆上述步驟。
- 作 $\Delta d - \Delta n$ 關係圖，再由線性迴歸線求雷射光波長 $\lambda$ 。



圖五 麥克森干涉儀裝置示意圖。

#### B. 測量玻璃的折射率 $n$

- 依前述步驟，先使屏幕產生環形干涉條紋。
- 將待測玻璃 G 吸附於轉動桿前端鏡架。
- 將轉動桿尺標與麥克森干涉儀上三角刻度板的 $0^0$ 切齊。
- 緩慢轉動轉動桿，觀察屏幕上干涉條紋變化。
- 記錄當干涉條紋明暗變化週期次數為 $\Delta m$ 時，轉動桿轉動角度。

6. 計算待測玻璃 G 的折射率  $n$ 。

7. 重複上述步驟。

[註]  $t$  為待測玻璃 G 厚度， $\lambda$  為雷射光波長。

討論提示：

1. 分光鏡的原理為何？該如判斷分光鏡上的鍍膜面？試說明之。
2. 麥克森干涉儀可應用在那些地方？試說明之。
3. 實驗方式若改為不轉動待測玻璃而是改變動鏡與待測玻璃相對位置，是否仍可求得待測玻璃折射率？試說明之。
4. 是否可利用麥克森干涉儀求得一大氣壓下空氣的折射率？試說明之。

介質	真空	標準大氣	水	石英	壓克力	窗玻璃	燧石玻璃	鑽石
折射率	1	1.00029	1.33	1.46	1.49	1.52	1.69	2.42

表一 折射率列表